Nome:...

1. O valor de a para que a igualdade matricial seja verdadeira é:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) 1 b) 2 c) 0 d) -2 e) -1

2. Diz-se que a matriz quadrada A tem posto 1 se uma de suas linhas é não-nula e as outras são múltiplas dessa linha. Determine os valores de a, b e c para os quais a matriz 3 x 3

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 3 \\ 3a - b + 2c & 1 & 6 \\ b + c - 3a & \frac{1}{2} & c - 2a + b \end{bmatrix}$$

tem posto 1.

3. Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & z \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{pmatrix},$$

com x, y, z números reais.

Se A . B = C, a soma dos elementos da matriz A é:

a) 9. b) 40. c) 41. d) 50. e) 81.

4. Uma fábrica de guarda-roupas utiliza três tipos de fechaduras (dourada, prateada e bronzeada) para guarda-roupas em mogno e cerejeira, nos modelos básico, luxo e requinte. A tabela 1 mostra a produção de móveis durante o mês de outubro de 2005, e a tabela 2, a quantidade de fechaduras utilizadas em cada tipo de armário no mesmo mês.

Tabela 1: Produção de armários em outubro de 2005

Madeira \ Modelo	Básico	Luxo	Requinte
Mogno	3	5	4
Cerejeira	4	3	5

Tabela 2: Fechaduras usadas em outubro de 2005

Tipo \ Madeira	Mogno	Cerejeira
Dourada	10	12
Prateada	8	8
Bronzeada	4	6

A quantidade de fechaduras usadas nos armários do modelo requinte nesse mês foi de

a) 170. b) 192. c) 120. d) 218. e) 188.

5. Três barracas de frutas, B_1, B_2 e B_3, são propriedade de uma mesma empresa. Suas vendas são controladas por meio de uma matriz, na qual cada elemento b_{ij} representa a soma dos valores arrecadados pelas barracas B_i e B_j, em milhares de reais, ao final de um determinado dia de feira.

$$B = \begin{bmatrix} x & 1{,}8 & 3{,}0 \\ a & y & 2{,}0 \\ d & c & z \end{bmatrix}$$

Calcule, para esse dia, o valor, em reais:

a) arrecadado a mais pela barraca B_3 em relação à barraca B_2;

b) arrecadado em conjunto pelas três barracas

6. Uma das formas de se enviar uma mensagem secreta é por meio de códigos matemáticos, seguindo os passos:

1) Tanto o destinatário quanto o remetente possuem uma matriz chave C;
2) O destinatário recebe do remetente uma matriz P, tal que MC = P, onde M é a matriz mensagem a ser decodificada;
3) Cada número da matriz M corresponde a uma letra do alfabeto: 1 = a, 2 = b, 3 = c,..., 23 = z;
4) Consideremos o alfabeto com 23 letras, excluindo as letras k, w e y;
5) O número zero corresponde ao ponto de exclamação;
6) A mensagem é lida, encontrando a matriz M, fazendo a correspondência número/letra e ordenando as letras por linhas da matriz conforme segue: $m_{11}m_{12}m_{13}m_{21}m_{22}m_{23}m_{31}m_{32}m_{33}$

Considere as matrizes:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } P = \begin{bmatrix} 2 & -10 & 1 \\ 18 & 38 & 17 \\ 19 & 14 & 0 \end{bmatrix}.$$

Com base nos conhecimentos e nas informações descritas, assinale a alternativa que apresenta a mensagem que foi enviada por meio da matriz M.

a) Boasorte! b) Boaprova! c) Boatarde!
d) Ajudeme! e) Socorro!

7. Por recomendação médica, João está cumprindo uma dieta rigorosa com duas refeições diárias. Estas refeições são compostas por dois tipos de alimentos, os quais contêm vitaminas dos tipos A e B nas quantidades fornecidas na seguinte tabela (fig. 1).
De acordo com sua dieta, João deve ingerir em cada refeição 13.000 unidades de vitamina A e 13.500 unidades de vitamina B.

Considere nesta dieta:
x = quantidade ingerida do alimento 1, em gramas.
y = quantidade ingerida do alimento 2, em gramas.

Figura 1

	Vitamina A	Vitamina B
Alimento 1	20 unidades/grama	30 unidades/grama
Alimento 2	50 unidades/grama	45 unidades/grama

A matriz M, tal que $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13.000 \\ 13.500 \end{pmatrix}$, é igual a

a) $\begin{pmatrix} 30 & 45 \\ 20 & 50 \end{pmatrix}$. b) $\begin{pmatrix} 20 & 30 \\ 50 & 45 \end{pmatrix}$. c) $\begin{pmatrix} 20 & 50 \\ 30 & 45 \end{pmatrix}$. d) $\begin{pmatrix} 30 & 20 \\ 45 & 50 \end{pmatrix}$.

8. O valor de x + y, para que o produto das matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

seja a matriz nula, é
a) - 1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 4

9. Observe parte da tabela do quadro de medalhas dos Jogos Pan-americanos do Rio de Janeiro em 2007(tabela I).
Com base na tabela, é possível formar a matriz quadrada A cujos elementos a_{ij} representam o número de medalhas do tipo j que o país i ganhou, sendo i e j pertencentes ao conjunto {1, 2, 3}. Para fazer outra classificação desses países, são atribuídos às medalhas os seguintes valores:
- ouro: 3 pontos; - prata: 2 pontos; - bronze: 1 ponto.

Esses valores compõem a matriz. $V = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

país	medalhas			
	tipos			total
	1- ouro	2- prata	3- bronze	
1- Estados Unidos	97	88	52	237
2- Cuba	59	35	41	135
3- Brasil	54	40	67	161

Tabela I – Quadro de medalhas Jogos Pan-americanos RJ 2007

Determine a partir do cálculo do produto A.V, o número de pontos totais obtidos pelos três países separadamente.

10. Determine a inversa da matriz $A = (a_{ij})_{2\times 2}$, em que os elementos de A são definidos por

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{sen} \quad i + j\ \pi, \text{ se } i = j \\ \\ \cos \quad j - i\ \pi, \text{ se } i \neq j \end{cases}$$

11. Uma matriz real quadrada A é ortogonal se A é inversível e $A^{-1} = A^{t}$. Determine todas as matrizes 2 × 2 que são simétricas e ortogonais, expressando-as, quando for o caso, em termos de seus elementos que estão fora da diagonal principal.

12. Uma pessoa tem apenas x moedas de 5 centavos, y moedas de 10 centavos e z moedas de 25 centavos, num total de 32 unidades e totalizando a quantia de R$ 3,90.
Use essas informações para afirmar se as sentenças seguintes são falsas ou verdadeiras.

( ) Uma equação matricial que permite determinar x, y e z é

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \square \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3{,}9 \\ 32 \end{bmatrix}$$

( ) Há exatamente 7 possibilidades de obter-se o total de R$ 3,90 dispondo-se apenas de moedas de 5, 10 e 25 centavos.

( ) Considere que os números de moedas de 5 e de 10 centavos somam 22 unidades e totalizam a quantia de R$1,40. Nesse caso, o número de moedas de 5 centavos excede o de 10 centavos em 10 unidades.

( ) Se o número de moedas de 10 centavos fosse 4, o problema não admitiria solução.

( ) Podem existir dois tipos de moedas distintas em quantidades iguais.

13. Matrizes são arranjos retangulares de números e possuem inúmeras utilidades. Considere seis cidades A, B, C, D, E e F; vamos indexar as linhas e colunas de uma matriz 6 × 6 por essas cidades e colocar 1 na posição definida pela linha X e coluna Y, se a cidade X possui uma estrada que a liga diretamente à cidade Y, e vamos colocar 0 (zero), caso X não esteja ligada diretamente por uma estrada à cidade Y. Colocaremos também 1 na diagonal principal.

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

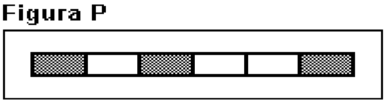
Assinale a alternativa incorreta.
a) É possível ir, passando por outras cidades, da cidade C até a cidade E.
b) É possível ir, passando por outras cidades, da cidade A até a cidade C.
c) A matriz acima é simétrica.
d) Existem dois caminhos diferentes para ir da cidade A para a cidade D.

14. Nos processos de digitalização, imagens podem ser representadas por matrizes cujos elementos são os algarismos 0 e 1.
Considere que a matriz linha L = (1 0 1 0 0 1) representa a figura P, onde 1 representa "quadrinho" escuro e 0 representa "quadrinho" branco.
Seja X a matriz linha dada por X = LM, onde M é a matriz $M = (m_{ij})$ com

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i + j = 7 \\ 0, \text{ se } i + j \neq 7, \ 1 \leq i \leq 6, \ 1 \leq j \leq 6 \end{cases}$$

Dessa forma, a matriz X representa a figura da opção:

Figura P



a) 

d) 

b) 

e) 

c) 

15. Milho, soja e feijão foram plantados nas regiões P e Q, com ajuda dos fertilizantes X, Y e Z.
A matriz A (fig. 1) indica a área plantada de cada cultura, em hectares, por região.
A matriz B (fig. 2) indica a massa usada de cada fertilizante, em kg, por hectare, em cada cultura.

a) Calcule a matriz C = AB.
b) Explique o significado de c_{23}, o elemento da segunda linha e terceira coluna da matriz C.

Figura 1

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{milho} & \text{soja} & \text{feijão} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 50 & 20 & 20 \\ 40 & 10 & 30 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \leftarrow P \\ \leftarrow Q \end{array}$$

Figura 2

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 15 & 20 & 20 \\ 30 & 20 & 30 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \leftarrow \text{milho} \\ \leftarrow \text{soja} \\ \leftarrow \text{feijão} \end{array}$$

16. Ao comprar os produtos necessários para fazer uma feijoada, uma dona de casa resolveu pesquisar preços em três supermercados. A matriz P dos preços está representada a seguir; a primeira linha mostra os preços por kg do supermercado A; a segunda, do supermercado B; a terceira, do supermercado C. Esses preços são relativos, respectivamente, aos produtos feijão, linguiça, tomate e cebola.

$$P = \begin{bmatrix} 2,05 & 9,89 & 2,48 & 1,78 \\ 1,93 & 11,02 & 2,00 & 1,60 \\ 1,70 & 10,80 & 2,40 & 1,20 \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Sabendo que a matriz Q representa as quantidades necessárias, respectivamente, de feijão, linguiça, tomate e cebola, a dona de casa economizará mais se efetuar as compras no supermercado
a) A.
b) B.
c) C.
d) A ou B indiferentemente.
e) A ou C indiferentemente.

17. O valor $2A^2 + 4B^2$ quando $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ é igual a:

a) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

18. Uma fábrica decide distribuir os excedentes de três produtos alimentícios A, B e C a dois países da América Central, P_1 e P_2. As quantidades, em toneladas, são descritas mediante a matriz Q:

$$Q = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{bmatrix} 200 & 100 & 150 \\ 100 & 150 & 200 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \leftarrow P_1 \\ \leftarrow P_2 \end{array}$$

Para o transporte aos países de destino, a fábrica recebeu orçamentos de duas empresas, em reais por tonelada, como indica a matriz P:

$$P = \begin{bmatrix} 500 & 300 \\ 400 & 200 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow 1^{\circ}\text{empresa} \\ \leftarrow 2^{\circ}\text{empresa} \end{array}$$

a) Efetue o produto das duas matrizes, na ordem que for possível. Que representa o elemento a13 da matriz produto?
b) Que elemento da matriz produto indica o custo de transportar o produto A, com a segunda empresa, aos dois países?
c) Para transportar os três produtos aos dois países, qual empresa deveria ser escolhida, considerando que as duas apresentam exatamente as mesmas condições técnicas? Por quê?

19. transmissão de mensagens codificadas em tempos de conflitos militares é crucial. Um dos métodos de criptografia mais antigos consiste em permutar os símbolos das mensagens. Se os símbolos são números, uma permutação pode ser efetuada usando-se multiplicações por matrizes de permutação, que são matrizes quadradas que satisfazem as seguintes condições:
· cada coluna possui um único elemento igual a 1 (um) e todos os demais elementos são iguais a zero;
· cada linha possui um único elemento igual a 1 (um) e todos os demais elementos são iguais a zero.

Por exemplo, a matriz $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ permuta os elementos da matriz coluna $Q = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$, transformando-a na matriz $p = \begin{bmatrix} b \\ c \\ a \end{bmatrix}$, pois P = M . Q. Pode-se afirmar que a matriz que permuta $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$, transformando-a em $\begin{bmatrix} c \\ a \\ b \end{bmatrix}$, é

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. d) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.